

基于改进 Gappy POD 方法的压气机 叶栅气动外形反设计方法

刘汉儒^{1,2}, 马 岩^{1,2}, 赵星宇², 王掩刚², 胡佳伟², 李丽丽³, 蒋永松³

(1. 西北工业大学 长三角研究院, 江苏 太仓 215400;

2. 西北工业大学 动力与能源学院, 西安 710129;

3. 中国航空发动机集团有限公司 沈阳发动机研究所, 沈阳 110015)

摘 要: 针对压气机叶栅气动高效反设计, 建立了基于 Gappy proper orthogonal decomposition (Gappy POD) 的气动外形反设计框架。通过 Kriging 代理模型优化获得某型压气机叶栅的气动优化结果, 并以此作为反设计目标基础。为进一步提高基本 Gappy POD 反设计的效率及精度, 发展了基于自适应快照替换优化和修正目标压力系数分布的两种改进方法, 并对基本 Gappy POD 结合两种改进策略的反设计精度和效率进行了详细对比。结果表明: 基于自适应快照替换优化流程的反设计框架使得反设计精度明显提高, 叶片表面压力系数分布方均根误差从 6.49×10^{-3} 降低到 1.29×10^{-3} , 而通过修正目标压力系数分布则提高了单次反设计精度。将两种改进策略同时结合改进 Gappy POD, 能够获得在同等设计精度下更快的收敛速度, 可为压缩系统几何部件反设计提供新的高效方法。

关 键 词: 压气机叶栅; 气动反设计; 改进 Gappy POD; 快照替换优化; 压力系数分布修正

中图分类号: V231.1

文献标志码: A

Inverse design for aerodynamic shape of compressor cascade based on improved Gappy POD method

LIU Hanru^{1,2}, MA Yan^{1,2}, ZHAO Xingyu², WANG Yangang²,

HU Jiawei², LI Lili³, JIANG Yongsong³

(1. Yangtze River Delta Research Institute,

Northwestern Polytechnical University, Taicang Jiangsu 215400, China;

2. School of Power and Energy,

Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710129, China;

3. Shenyang Engine Research Institute,

Aero Engine Corporation of China, Shenyang 110015, China)

Abstract: In view of the high-efficiency aerodynamic inverse design of the compressor cascade, an inverse design framework of the aerodynamic shape based on Gappy proper orthogonal decomposition (Gappy POD) was established. A certain type of compressor cascade was optimized through the Kriging surrogate model to obtain the aerodynamic optimization results, which

收稿日期: 2021-04-05

基金项目: 国家科技重大专项 (2017-II-0009-0023); 太仓市大院大所创新引领专项项目 (TC2019DYDS09)

作者简介: 刘汉儒 (1985—), 男, 副教授, 博士, 主要从事叶轮机机械气动热力学、气动降维计算方法、气动噪声等方面研究。

引用格式: 刘汉儒, 马岩, 赵星宇, 等. 基于改进 Gappy POD 方法的压气机叶栅气动外形反设计方法[J]. 航空动力学报, 2022, 37(3): 607-618. LIU Hanru, MA Yan, ZHAO Xingyu, et al. Inverse design for aerodynamic shape of compressor cascade based on improved Gappy POD method[J]. Journal of Aerospace Power, 2022, 37(3): 607-618.

were used as the basis of the inverse design goals. To further enhance the efficiency and accuracy, two improved methods based on adaptive snapshot replacement optimization and correction of the target pressure coefficient distribution were developed. The efficiency and accuracy of the basic Gappy POD combining these two improvement strategies were compared. Results showed that, the inverse design framework based on the adaptive snapshot replacement optimization process significantly improved the accuracy, and the root mean square error of the pressure coefficient distribution on the blade surface was reduced from 6.49×10^{-3} to 1.29×10^{-3} . Correcting the target pressure coefficient distribution could improve the accuracy of the single inverse design. Combining the two improvement strategies for Gappy POD can achieve faster convergence speed with the same design accuracy, which can provide a new and efficient method for the reverse design of the geometric components of turbomachinery.

Key words: compressor cascade; aerodynamic inverse design; improved Gappy POD; snapshot replacement optimization; pressure coefficient distribution correction

气动外形优化设计是叶轮机械设计中极为重要的组成部分。根据目标函数构造的不同,气动优化可分为两类:优化设计和反设计^[1]。优化设计方法的基本原理是将流场分析方法和优化算法结合,将气动特性作为目标函数,并添加气动或几何约束,直接对目标函数进行优化处理,如Kriging代理模型优化^[2]。反设计方法则是通过改变初始几何的气动外形并获得相应的叶片表面气动参数,重复迭代直至叶片表面参数与给定的目标参数重合,从而完成优化设计任务。

近年来,借助数据降维思想解决气动优化设计中存在的效率问题逐渐得到研究人员的极大关注^[3]。本征正交分解(proper orthogonal decomposition, POD)是各技术领域中应用最为广泛的降维方法之一^[4]。POD方法在流体力学领域中广泛应用于流动特性预测^[5-6]、翼型反设计^[7-8]、流动控制^[9]、降阶模型^[10]等研究中。POD方法的本质是从系统所在样本空间中,获得由POD基模态表征的对原系统描述的子空间,且在最小二乘意义下最优。因此通过POD方法所建立的设计空间与原始设计空间的误差是最小的,且保证了设计空间的完整性。Kato等^[11]采用POD结合RBF(radial basis function)神经网络代理模型对超声速涡轮开展优化研究,提高了涡轮总效率。罗佳奇等^[12-13]通过POD对流场降阶,结合多种代理模型和遗传算法(genetic algorithm, GA)优化静子叶片安装角和叶型,提高了4.5级轴流式压气机的等熵效率。

Gappy POD方法最早应用于图像数据重建领域^[14],后通过快照(snapshot)方法^[15]应用于流体

领域。Nathan^[16]和Daniele^[17]将Gappy POD方法应用于流场数据预测。Guo等^[18]利用Gappy POD方法重建并预测脉动强度及流动噪声。Mifsud等^[19]将Gappy POD结合风洞实验测量与计算流体力学(CFD)获得了更精确的气动输出,并将该方法在RAE 2822翼型上进行了验证。

在气动外形反设计中,Jameson^[20]基于控制理论率先提出了伴随方法。Papadimitriou等^[21]提出了基于边界积分的目标函数导数连续的伴随方法,并将这种改进伴随方法应用在叶栅翼型的反设计。Gappy POD反设计是一种采用迭代拟合获得目标设计结果的现代气动反设计方法。该方法对设计目标,比如叶片表面压力系数分布、等熵马赫数分布等均表现出较强的鲁棒性。即使在设计目标参数分布不合理时,Gappy POD方法仍然能够给出尽可能接近目标的设计结果^[3]。Bui-Thanh等^[22]最先将Gappy POD方法应用到翼型反设计工作,完成了对RAE 2822翼型的反设计。

Gappy POD方法是一种以POD方法及最小二乘法为框架的数据驱动式线性降阶模型^[23],模型精度与样本质量存在紧密相关性。本文首先采用Kriging代理模型的优化方法,对某压气机叶栅进行了气动性能优化,然后采用其优化结果建立了基于Gappy POD降阶模型的气动外形反设计框架。为了进一步提高反设计的效率,本文发展了基于自适应快照替换优化和修正目标压力系数分布的改进策略,以及两者结合的3种不同反设计方法,并对其进行了比较。

1 压气机叶栅 Kriging 代理模型优化

1.1 研究对象及数值方法

本文采用 Kriging 代理模型结合模拟退火算法对某高负荷压气机叶栅进行气动优化,以减小通道流动损失。研究对象为某压气机平面叶栅,其主要几何参数和结构如表 1 和图 1 所示。叶栅计算域上游为距离前缘 1 倍弦长,栅后为 1.5 倍弦长。网格采用 H-O-H 结构化拓扑,近壁面网格 $y^+ < 1$,如图 2 所示。针对该二维平面叶栅,采用 ANSYS Fluent 软件求解 RANS(Reynolds-averaged Navier-Stokes)方程,采用 $k-\omega$ SST(shear stress transport)湍流模型,该叶栅数值计算验证参考文献[23]。计算来流马赫数为 0.6,叶栅攻角范围为 $-12^\circ \sim 4^\circ$ 。

表 1 叶栅主要几何参数	
Table 1 Main geometric parameters of cascade	
参数	数值
弦长 b/mm	73.84
栅距 t/mm	42.81
安装角 $\gamma/(\circ)$	64.26
几何进口角 $\beta_{1k}/(\circ)$	37.5
几何出口角 $\beta_{2k}/(\circ)$	72.5
前缘半径 R_1/mm	0.7
尾缘半径 R_2/mm	0.59

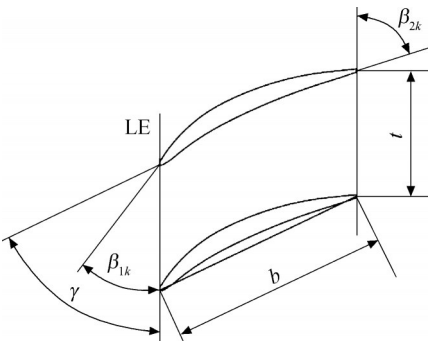


图 1 叶栅几何结构
Fig.1 Cascade geometry structure

本文研究叶栅的攻角特性图如图 3 所示。静压升 p_i 和总压损失系数 ω 定义为

$$p_i = \frac{p_i}{p_0}$$
$$\omega = \frac{p_0^* - p_1^*}{p_0^* - p_0}$$

(1)

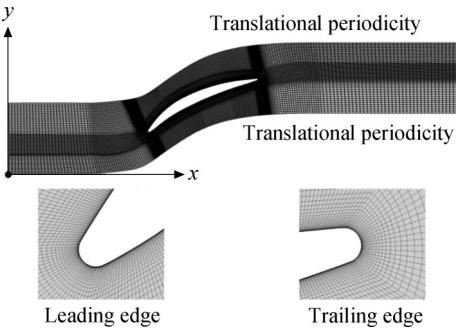


图 2 网格示意图
Fig.2 Cascade schematic

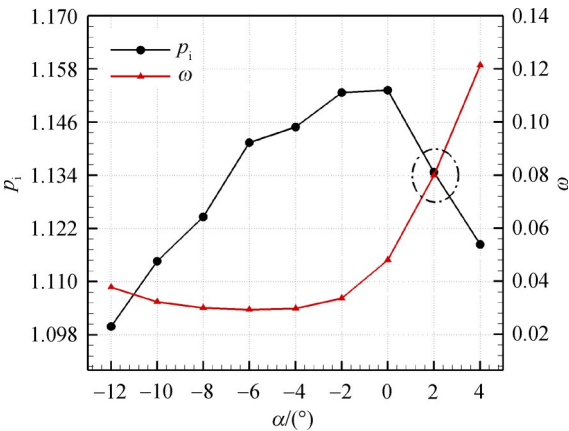


图 3 叶栅攻角特性
Fig.3 Characteristics of cascade angle of attack

式中 p_0^* 为进口总压, p_0 为进口静压, p_1^* 为出口总压, p_1 为出口静压。

从图 3 中可以看出,在攻角 α 为 -12° 时,静压升 p_i 较小,因为此时叶栅存在叶盆分离。当气流攻角从 -10° 逐渐增大时, p_i 近似成正比地增加,总压损失系数 ω 则基本保持不变。这是因为攻角增加,叶盆分离消失,叶栅的流动损失基本就是附面层内的摩擦损失。当攻角达到 -2° 之后,此时叶栅吸力面靠近尾缘处开始出现叶背分离, p_i 开始保持不变,而 ω 逐渐增大。继续增大攻角到 2° , p_i 急剧下降, ω 急剧增加,这是因为此时气流已经发生严重分离,即叶栅已经处于失速状态下。再增加攻角, p_i 会持续急剧减小,同时 ω 持续急剧增大。

本文以大分离工况时攻角 $\alpha = 2^\circ$ 为优化点,优化目标为:降低该工况的流动分离损失,即降低总压损失系数 ω ,同时对静压升 p_i 和质量流量 $\dot{m}$ 的变化进行限制。限定 p_i 和 $\dot{m}$ 可维持初始叶栅的负荷和通流能力。为实现这两个气动约束,本文将 p_i 和 $\dot{m}$ 约束以罚函数的形式构造目标函

数如下:

$$f = \frac{\omega}{\omega_0} + c_1 \left(\frac{p_i}{p_{i0}} - 1 \right)^2 + c_2 \left(\frac{\dot{m}}{\dot{m}_0} - 1 \right)^2 \quad (2)$$

式中 ω_0 、 p_{i0} 和 $\dot{m}_0$ 分别为初始几何的总压损失系数、静压升和质量流量, c_1 和 c_2 为约束系数。

对本文目标函数中的气动参数要求为:总压损失系数 ω 降低 5% 左右;静压升 p_i 和质量流量 $\dot{m}$ 改变量小于 0.5%。通过求解建立代理模型的 256 个样本对应的目标函数,即可大致确定满足要求的约束系数为: $c_1 = c_2 = 500$ 。

1.2 Kriging 优化目标及约束

表 2 是叶栅优化前后气动参数对比,表中相对变化量 E_r 定义为

$$E_r = \frac{K_{\text{opt}} - K_{\text{orig}}}{K_{\text{orig}}} \times 100\% \quad (3)$$

式中 K_{orig} 为初始几何对应的气动参数, K_{opt} 为优化几何对应的气动参数。

表 2 叶栅优化前后气动参数对比

Table 2 Comparison of original and optimized aerodynamic parameters of cascade

气动参数	优化前	优化后	相对变化量/%
总压损失系数	0.079 87	0.076 05	-4.78
静压升	1.134 7	1.138 6	+0.34
质量流量	5.009 2	5.030 8	+0.43
马赫数	0.593	0.597	+0.67

从表 2 中可以看出,初始几何的总压损失系数 ω 为 0.079 87,优化之后的总压损失系数 ω 减小为 0.076 05,相对变化量为 4.78%,基本满足降低 5% 左右的优化目标;初始几何的静压升 p_i 为 1.134 7,优化之后的静压升 p_i 增加为 1.138 6,相对变化量为 0.34%,满足小于 0.5% 的约束条件;初始几何的质量流量 $\dot{m}$ 为 5.009 2,优化之后的质量流量 $\dot{m}$ 增加为 5.030 8,相对变化量为 0.43%,同样满足小于 0.5% 的约束条件。表明本文基于 Kriging 代理模型的压气机叶栅优化结果达到了气动优化设计的目标。

如图 4 所示为优化前后叶栅几何对比图,横纵坐标用以表征优化前后叶栅几何的大小关系。图中黑点表示优化前后叶栅吸力面曲线相交点,位于 21.5% 弦长处。可以看出相比于初始几何,优化之后的几何在相交点之前的叶栅厚度有所减小,而在相交点之后的叶栅厚度有所增加。更薄

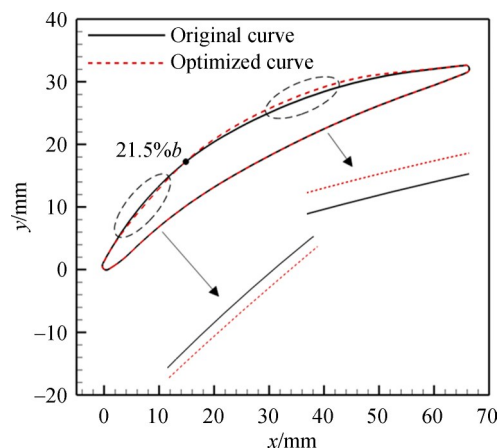


图 4 优化前后叶栅几何对比图

Fig.4 Comparison chart of original and optimized cascade geometry

的几何对应更小的近壁面流动逆压力梯度,有利于近壁面附面层的发展,推迟吸力面流动分离,进而减小流动损失,因此前段叶栅优化后几何外形厚度减小符合预期。但是叶栅变薄同样会降低其扩压能力,影响通流能力。为满足约束要求,于是叶栅后段优化厚度增加,用于维持静压升 p_i 和质量流量 $\dot{m}$ 恒定。

优化前后叶片表面压力系数分布对比如图 5 所示,叶片表面压力系数定义为

$$C_p = \frac{p - p_0}{p_0^* - p_0} \quad (4)$$

式中 p 为测点静压。可以看出初始几何从 5% 弦长到 40% 弦长处,吸力面载荷分布基本呈线性变化。优化之后,载荷在几何相交点(21.5% 弦长)以前相比于初始几何减少,在相交点以后则增加。

优化前后叶型马赫数(Ma)云图如图 6 所示,

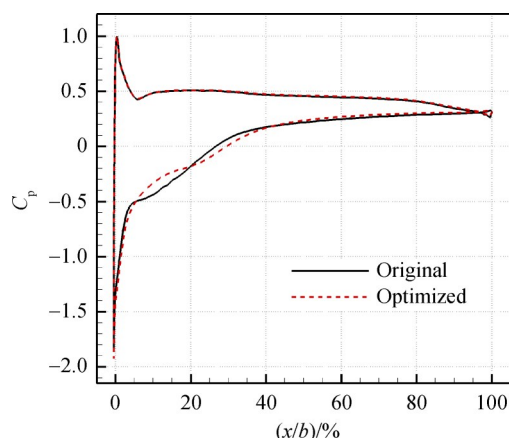


图 5 优化前后叶片表面压力系数分布

Fig.5 Distribution of the original and optimized pressure coefficient of the blade surface

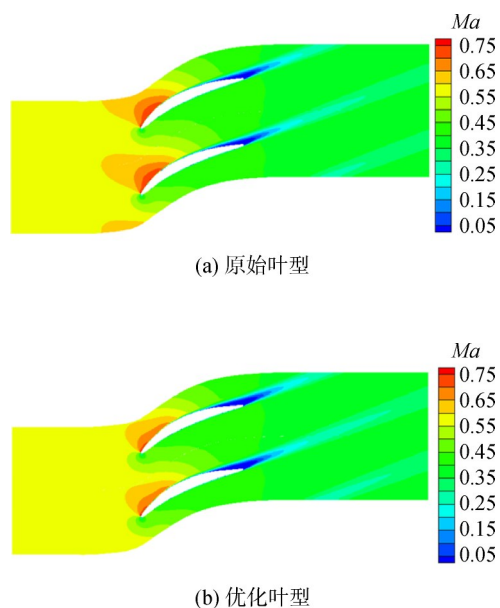


图6 叶栅优化前后马赫数云图对比

Fig.6 Comparison of original and optimized Mach number contours of cascade

基于 Kriging 代理模型优化后叶型吸力面前段马赫数明显降低,逆压梯度降低,有利于抑制吸力面附面层分离。

优化前后叶栅吸力面壁面切应力分布如图7所示,壁面切应力取标量,因此壁面切应力分布曲线拐点(最小值点)即为流动分离点。图中黑点表示初始几何吸力面流动分离点,分离位置为32.95%弦长处;红点表示优化之后吸力面流动分离点,分离位置向尾缘移至43.22%弦长处。因为优化之后的几何前段变薄,导致吸力面逆压力梯度减小,吸力面流动分离点后移,即推迟了分离

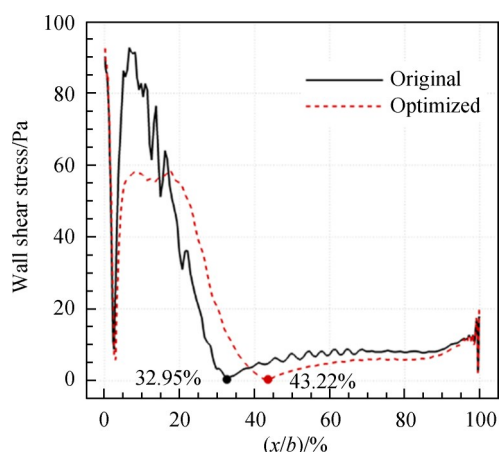


图7 优化前后叶栅吸力面壁面切应力分布

Fig.7 Distribution of the original and optimized wall shear stress on suction of cascade

的发生,流动损失区域减小,表现为总压损失系数降低。

2 基于 Gappy POD 的压气机叶栅反设计

本节采用 Gappy POD 反设计方法以上节优化所获得的结果为目标进行反设计,并发展了提高基本 Gappy POD 反设计精度的方法。

2.1 Gappy POD 方法和自适应快照优化

Gappy POD 反设计

2.1.1 Gappy POD 方法

Gappy POD 最早由 Everson 等^[14]提出,是一种以 POD 方法及最小二乘法为框架的数据驱动式降阶模型。该方法的基本原理为:根据一个完整的向量集,修补一个同类型的残缺向量。假设 $U = [u_1, u_2, \dots, u_n]$, $u_i \in R^m$ 为系统的 n 个已知向量集,称为已知快照矩阵,另设 u_{n+1} 为该系统存在 i_p 个未知元素的残缺向量,其中 $i_p < m$,称为残缺快照。通过已知快照的均值补全残缺快照中未知元素:

$$u'_{n+1} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n u_i \quad (5)$$

式中 u'_i 为第 i 个快照的第 j 个元素。

再进行标准 POD 分解,获得基模态 Φ 和投影系数 β ,在共享一组 POD 基模态的假设下,拟合残缺快照,判断相邻迭代步间未知元素差异直至满足收敛标准。

2.1.2 自适应快照优化 Gappy POD 反设计

Gappy POD 反设计的基本原理为:将压气机叶栅几何气动外形参数 $Y = [y_1, y_2, \dots, y_n]$ 和对应的表面压力系数分布 $C_p = [C_{p,1}, C_{p,2}, \dots, C_{p,n}]$ 组成快照,样本集即为该系统的已知快照矩阵。此时,残缺快照即为已知的目标表面压力系数分布,而对应的气动外形参数是未知的快照。然后通过 Gappy POD 方法拟合出气动外形参数。反设计流程如图8左侧部分所示。

上述方法为基本 Gappy POD 反设计方法,考虑到通过线性组合获得气动外形,其对应的压力系数分布并不是真实压力系数分布,且线性组合结果距离目标的偏离程度与样本集的质量存在很大相关性。如果样本集中包含较多距离目标较近的样本,则基于该样本集的 Gappy POD 反设计收敛速度和精度将有所提高。反之,如果样本集的质量较差,反设计流程将需要更多的迭代步数才

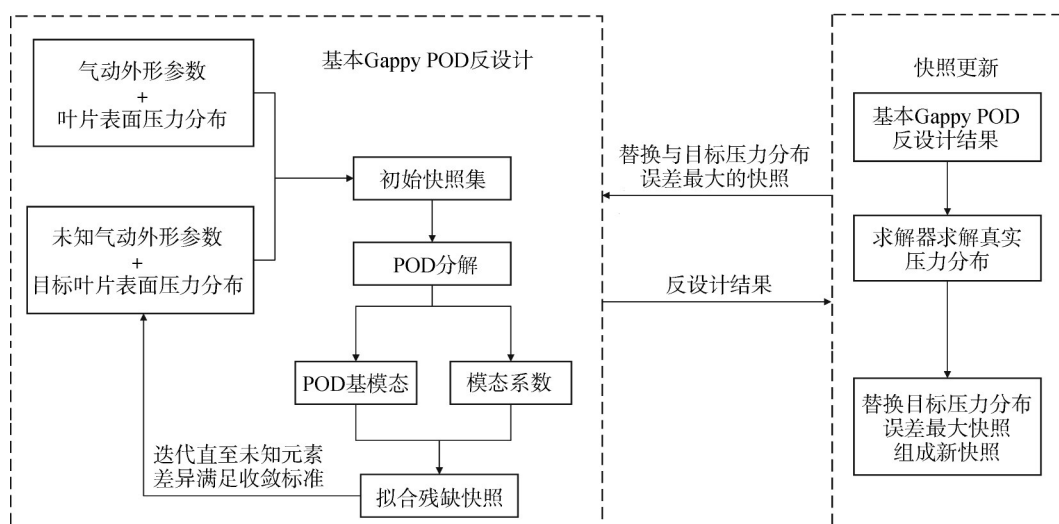


图8 快照优化Gappy POD反设计流程图

Fig.8 Flow chart of optimized Gappy POD inverse design by snapshot

能够收敛,且收敛结果的精度有可能无法满足工程需求,甚至得到错误结果。基于这一点,为提高反设计方法的性能,本文发展了一种自适应快照替换优化流程,用于在反设计过程中提高样本集的质量,进一步提高反设计方法的内迭代收敛速度和精度。Gappy POD反设计基本流程如图8所示。

为方便描述,本文将基本Gappy POD反设计方法记为:Gappy_orig,将加入快照优化流程之后的Gappy POD反设计方法记为:Gappy_opt。在Gappy POD方法中的主导基模态通过广义能准则来确定,本文保留超过99.99%能量占比的前 N 个POD基模态作为主导基模态。基模态所对应的特征值为该基模态所具有的能量,由此可确定保留的基模态阶数。Gappy POD方法中的收敛标准中设定的阈值为

$$\epsilon_{\text{orig}} = E_{\text{rms}}(y_{n+1}^{(1)}, y_{n+1}^{(2)}) \leq 1 \times 10^{-4} \quad (6)$$

式中 E_{rms} 表示方均根误差,迭代步数 $N_{\text{orig}} \leq 1000$ 步。Gappy_opt反设计方法的收敛标准中设定的阈值为

$$\epsilon_{\text{opt}} = E_{\text{rms}}(C_{p,n+1}, C_{\text{pt}}) \leq 1 \times 10^{-4} \quad (7)$$

式中 C_{pt} 为目标压力系数,迭代步数 $N_{\text{opt}} \leq 30$ 步。

2.2 反设计结果对比分析

首先给出Gappy_orig和Gappy_opt反设计方法收敛过程,如图9所示。横坐标表示迭代步数,纵坐标表示拟合几何的真实压力系数分布 $C_{p,\text{solver}}^k$ 与目标压力系数分布 C_{pt} 的方均根误差 E_{C_p} ,定义为

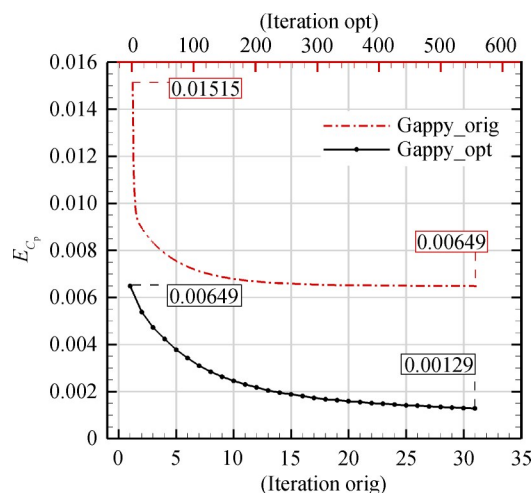


图9 Gappy_ori和Gappy_opt反设计收敛过程

Fig.9 Convergence porcess of Gappy_ori and Gappy_opt inverse design

$$E_{C_p} = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{j=1}^m (C_{p,\text{solver}}^j - C_{\text{pt}}^j)^2} \quad (8)$$

式中 $C_{p,\text{Solver}}^j$ 和 C_{pt}^j 为叶片表面压力系数分布的第 j 个元素。

根据Gappy_orig和Gappy_opt反设计流程可知,第0次的结果即为收敛后的Gappy_orig反设计结果,其方均根误差 E_{C_p} 为0.00649。随着优化流程的进行,快照矩阵中优良个体的数量逐渐增加,反设计结果的 E_{C_p} 逐渐降低。在进行13次迭代之后,反设计结果的 E_{C_p} 已经小于0.002。之后的17次迭代,方均根误差降低速度缓慢,最终收敛于0.00129。从收敛曲线可以看出,自适应快照替换优化流程能够显著提高Gappy_orig反设

计结果的精度,仅需要额外调用30次求解器,拟合精度即可得到显著提升。但是还可以看出快照替换并不能持续有效。对于本文的研究对象,在迭代13次以后,之后的迭代过程未能维持 E_{C_p} 降低的增益,并最终趋于收敛。一方面是因为此时的 Gappy_opt 反设计精度已经足够精确;另一方面也说明只采用自适应快照替换优化流程仍存在一定的局限性。

图10给出反设计叶栅与目标叶栅几何对比图,并给出局部几何放大图。由前面 Kriging 优化得到目标几何记为 Target。可以看出两种反设计结果与目标几何基本保持一致,且 Gappy_opt 的结果与目标几何的贴合度更高。在叶栅前段(0~13.57%弦长),Gappy_orig 的结果相比于目标几何较薄,在叶栅中段(25.5%弦长~54.2%弦长),Gappy_orig 的结果相比于目标几何略厚,而这两段的 Gappy_opt 的结果已基本与目标几何一致。在叶栅后段(54.2%弦长~81.3%弦长处),两种方法的结果均与目标几何有一定偏差,但是 Gappy_opt 的偏差相比于 Gappy_orig 的偏差更小。

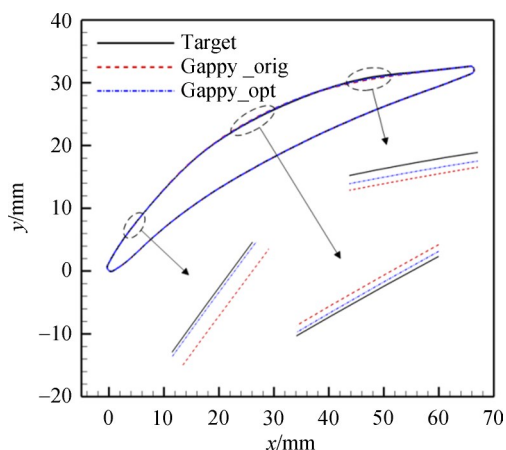


图10 反设计结果与目标几何对比图

Fig.10 Comparison chart of inverse design result and target geometry

为进一步定量描述反设计结果的可靠性,以及对比两种方法的精度,给出反设计叶栅吸力面几何相对误差分布图,如图11所示。几何相对误差定义为

$$E_y = \frac{|y_{\text{Gappy}}^k - y_{\text{target}}^k|}{y_{\text{target}}^k} \quad (9)$$

式中 y_{Gappy}^k 和 y_{target}^k 分别为反设计几何和目标几何同一弦向位置 x_i 处对应点的纵坐标。

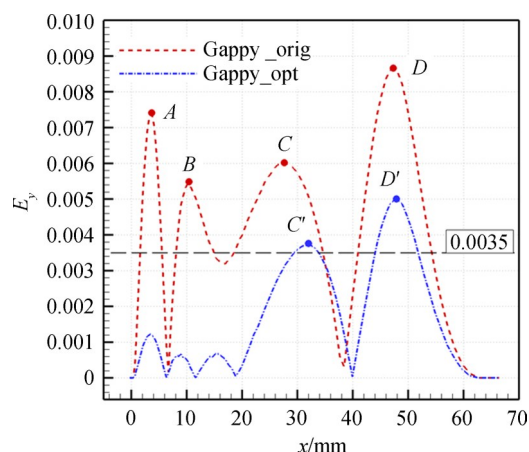


图11 吸力面相对误差分布

Fig.11 Distribution of relative error of suction surface

为方便对比,将图11中几何相对误差 E_y 超过0.0035的峰值点标出。从图11中可以看出,Gappy_orig 反设计几何在整个叶栅吸力面均存在较大误差,如叶栅前段的A和B、中段的C和后段的D。叶栅前段对流场影响更敏感,因此A和B会导致叶栅吸力面流动状态偏离反设计目标程度较大,即方均根误差 E_{C_p} 较大。从 Gappy_opt 反设计几何可以看出,方均根误差降低的收益主要来源于前段拟合精度的提高,表现在图中为A和B峰值的消失。但是反设计几何仍然存在中段的C'和后段的D'这两个几何相对误差 E_y 峰值点,这也表明反设计还存在进一步提高精度的空间。

图12所示为反设计结果与目标压力系数分布对比图,并给出局部放大图。从图中可以看出,Gappy_orig 反设计压力系数分布在整个叶栅吸力面均存在较大误差,如图中①、②、③和④标记处。压力系数分布在③标记处的压力面也存在一定程度的偏离,虽然本文的几何参数化只涉及吸力面扰动,但是亚声速流场的局部扰动可以传递并影响整个流场,这一点在④标记处也得到验证。相比较于原始 Gappy_orig,快照优化的 Gappy_opt 反设计的压力系数分布与目标分布基本一致,仅在②标记处存在一定的偏离,这是由于该处位于C'峰值点附近。对于①标记处,由于几何相对误差足够小,所以拟合精度提高。对于③和④标记处,几何相对误差仍然存在D'峰值点,但是压力系数分布已基本重合,表明后段的压力系数分布对几何相对误差容许裕度较高。

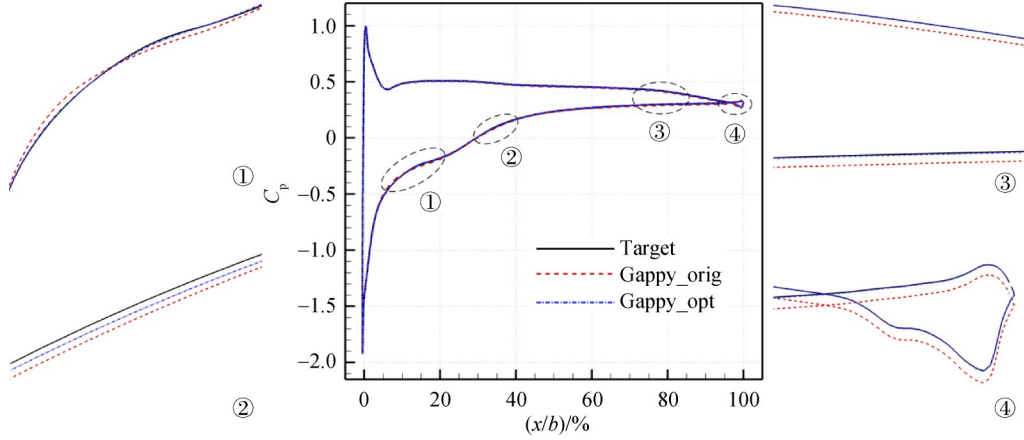


图 12 反设计结果与目标压力系数分布对比图

Fig.12 Comparison chart of inverse design result and target pressure coefficient distribution

3 目标压力分布修正的改进 Gappy POD 反设计

3.1 Gappy POD 改进策略

为进一步提高 Gappy POD 反设计收敛速度和最终收敛精度,通过分析 Gappy POD 方法和基于该方法的反设计流程可以发现:基本 Gappy POD 方法框架下,迭代收敛获得气动外形参数的同时,会得到通过样本集线性组合的气动外形对应的压力系数分布,且该压力系数分布与求解器求解的真实压力系数分布之间存在偏差。将该偏差定义为基本 Gappy POD 反设计系统偏差,公式如下:

$$\delta_{k,et} = C_{p,Gappy}^k - C_{p,solver}^k \quad (10)$$

式中 $\delta_{k,et}$ 为第 k 次系统偏差, $C_{p,gappy}^k$ 为第 k 次基本 Gappy POD 收敛得到的压力系数分布, $C_{p,solver}^k$ 为第 k 次基本 Gappy POD 收敛得到的气动外形对应的真实压力系数分布。

在系统偏差存在的假设下,为了获得真实的压力系数分布 $C_{p,solver}^k$,需要将拟合目标压力系数分布修正为

$$C_{p,target}^k = C_{p,solver}^k + \delta_k \quad (11)$$

基于以上分析,为了提高基本 Gappy POD 反设计精度,即得基本 Gappy POD 反设计收敛的压力系数分布与目标压力系数分布的方均根误差更小,需要将目标压力系数分布 C_{pt} 修正为

$$\tilde{C}_{pt}^k = C_{pt} + \delta_k \quad (12)$$

式中 $\tilde{C}_{pt}^k$ 为第 k 次基本 Gappy POD 反设计的修正目标压力系数分布。基本修正 Gappy POD 反设计流程如图 13 所示。

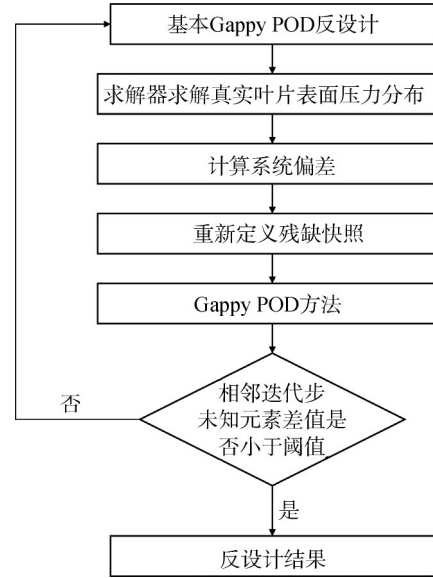


图 13 基本修正 Gappy POD 反设计流程图

Fig.13 Flow chart of basic correction of Gappy POD inverse design

上述流程为压力分布修正的基本 Gappy POD 框架反设计方法,为进一步提高该反设计方法的拟合精度,结合上文的自适应快照替换优化流程,改进流程如下:

1) 完成基本修正 Gappy POD 反设计,获得气动外形参数 $y_{n+1,base}^k$ 和 $y_{n+1,corr}^k$,其中 $y_{n+1,base}^k$ 为基本 Gappy POD 反设计结果, $y_{n+1,corr}^k$ 为修正 Gappy POD 反设计结果。

2) 将新获得几何的叶片表面压力系数分布通过流场求解器求出,得到 $C_{p,n+1,base}^k$ 和 $C_{p,n+1,corr}^k$,然后把外形参数和压力系数分布组成新快照:

$$\mathbf{u}_{k,base} = \begin{bmatrix} y_{n+1,base}^k \\ C_{p,n+1,base}^k \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\mathbf{u}_{k,\text{corr}} = \begin{bmatrix} y_{n+1,\text{corr}}^k \\ C_{p,n+1,\text{corr}}^k \end{bmatrix} \quad (14)$$

3) 用新快照替换初始快照矩阵 $\mathbf{U}$ 中压力系数分布 $C_{p,i}$ 与目标压力系数分布 $C_{p,t}$ 方均根误差最大的两组快照。

4) 如果新快照 $y_{n+1,\text{corr}}^k$ 的压力系数分布 $C_{p,n+1,\text{corr}}^k$ 与目标压力系数分布 $C_{p,t}$ 方均根误差小于设定的阈值,或者迭代步数达到设定上限,则停止迭代过程,并输出反设计结果。否则,重新开始新一轮的修正 Gappy POD 反设计流程直至收敛。

为方便描述,本文将基本修正 Gappy POD 反设计方法记为 Corr_Gappy_orig,将加入优化流程之后的修正 Gappy POD 反设计方法记为 Corr_Gappy_opt。修正 Gappy POD 反设计方法中涉及两次调用基本 Gappy POD 反设计方法,将第一次调用流程记为 Gappy_base_step,将第2次调用流程记为 Gappy_corr_step。为保证不同方法之间的可对比性,设置反设计流程调用求解器次数均为30次,并设置模型超参数和收敛标准均一致。

3.2 改进 Gappy POD 方法的反设计结果对比分析

首先给出 Corr_Gappy_opt 反设计方法收敛过程,如图14所示。横坐标表示迭代步数,纵坐标表示拟合几何的真实压力系数分布 $C_{p,\text{solver}}^i$ 与目标压力系数分布 $C_{p,t}$ 的方均根误差 E_{C_p} 。

根据 Corr_Gappy_opt 反设计流程可知, Gappy_base_step 第1次的结果即为 Gappy_orig 反设计结果,其方均根误差 E_{C_p} 为0.006 49。对该结果的压力系数分布进行修正,得到第1次 Corr_Gap-

py_opt 反设计结果,即为 Corr_Gappy_orig 反设计结果,其方均根误差 E_{C_p} 减小为0.002 52,表明目标压力系数分布修正方法能够显著提高反设计的精度。随着优化流程的进行,快照矩阵中优良个体的数量逐渐增加,Corr_Gappy_opt 反设计结果的方均根误差逐渐降低。在进行第3次迭代(调用6次求解器)之后,反设计结果的方均根误差已经小于0.002。在进行到第5次迭代(调用10次求解器)之后,该反设计结果的方均根误差已经和 Gappy_opt 反设计最终收敛结果(调用30次求解器)一致。之后的11次迭代,方均根误差降低速度缓慢,最终收敛于0.000 9。

从收敛曲线可以看出,自适应快照替换优化流程依然有效,能够显著提高 Corr_Gappy_orig 反设计结果精度。进一步结合目标压力系数分布修正后,反设计收敛速度大幅提高,表现为仅需要1/3的 Gappy_opt 反设计流程的求解器调用次数,即可达到同样的方均根误差水平。在之后的迭代过程中,虽然未能维持方均根误差降低的增益,但该反设计方法仍然进一步提高了收敛精度。

如图15给出反设计结果与目标几何对比图和局部放大图。可以看出,两种反设计结果与目标几何基本保持一致,且 Corr_Gappy_opt 的结果与目标几何的贴合度更高。在叶栅前段(0~13.57%弦长处),Corr_Gappy_orig 的结果相比于目标几何较薄,在叶栅中段(25.5%弦长~54.2%弦长处),Corr_Gappy_orig 的结果相比于目标几何较厚,而这两段的 Corr_Gappy_opt 的结果已基本与目标几何重合。在叶栅后段(54.2%弦长~81.3%弦长处),两种方法的结果重合,并与目标几何都有一定偏差。

为定量描述改进反设计结果的可靠性,以及对对比方法的精度改进,给出反设计叶栅吸力面几何相对误差分布图,如图16所示,图中几何相对误差定义与前文一致。为方便对比,将图中几何相对误差超过0.003 5的峰值点标出。对照前文的几何相对误差分布图(图11),峰值点A、B和C'已经消失。Corr_Gappy_orig 反设计几何在叶栅吸力面后半段还存在较大误差,如叶栅中段的C和后段的D。从 Corr_Gappy_opt 反设计几何可以看出,方均根误差降低的增益主要来源于叶栅中段拟合精度的提高,表现在图中为C'误差峰值的消失。还可以看出,本文改进的 Gappy POD 方法虽然没能消除叶栅后段的D和D'峰值,但是相比

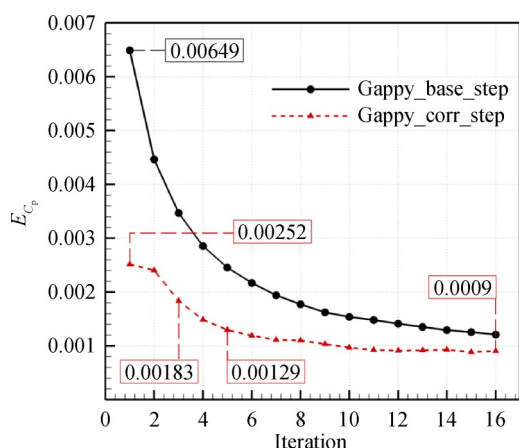


图14 Corr_Gappy_opt 反设计收敛过程

Fig.14 Convergence process of Corr_Gappy_opt inverse design

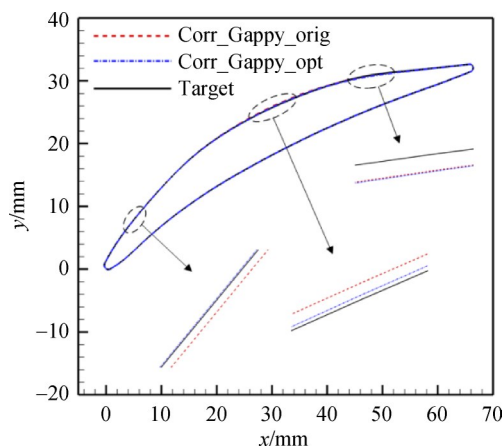


图 15 反设计结果与目标几何对比图

Fig.15 Comparison chart of inverse design result and target geometry

于前文的几何相对误差分布图(图 11),已经显著降低了这两个峰值点的误差水平。

如图 17 所示为反设计结果与目标压力系数分布对比图和局部放大图。从图中可以看出, Corr_Gappy_orig 反设计压力系数分布在叶栅吸力面大部分存在较大误差,如图中①、②和③标记处,这是由于还存在 C 峰值点。相比较于 Corr_Gappy_orig, Corr_Gappy_opt 反设计的压力

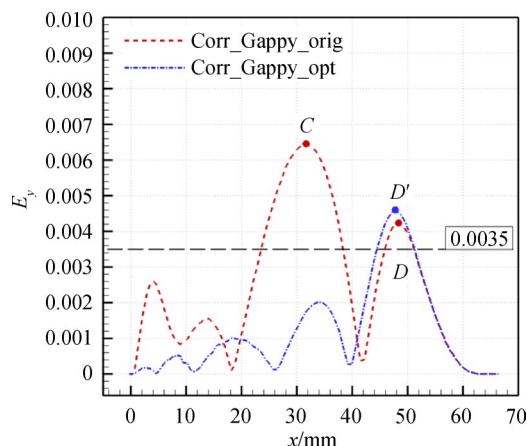


图 16 吸力面相对误差分布

Fig.16 Distribution of relative error of suction surface

系数分布与目标分布基本一致。虽然两种反设计几何相对误差还存在 D 和 D' 峰值点,但是相比较于前文压力系数分布对比图(图 12),可以看出, ④标记处压力系数分布已改进到基本重合,表明后段的压力系数分布对几何相对误差容许裕度较高,且此时的几何相对误差与压力系数方均根误差已失去相互约束关系。因此,仅通过未修正的叶片表面压力系数分布作为目标设计变量,可能会导致叶栅吸力面后段仍然存在较大设计误差。

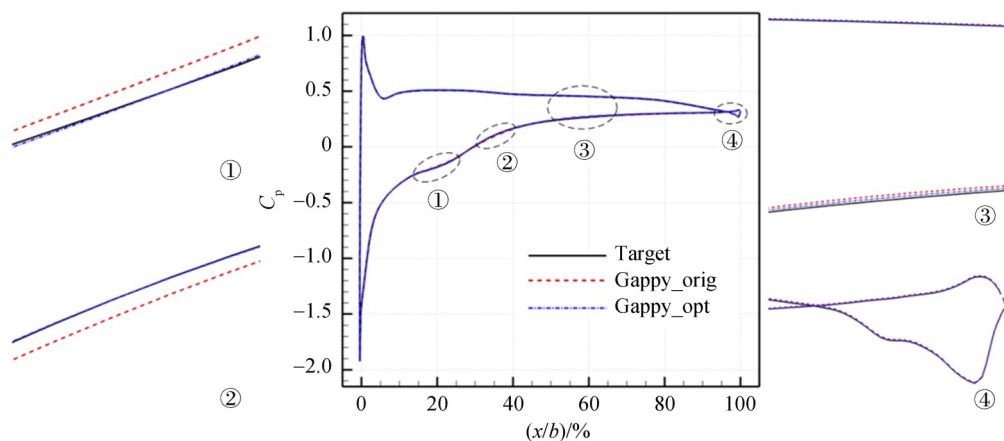


图 17 反设计结果与目标压力系数分布对比图

Fig.17 Comparison chart of inverse design result and target pressure coefficient distribution

4 结 论

本文针对压气机叶栅建立了基于 Gappy POD 方法的气动外形反设计方法。为进一步提升该框架的效率及精度,发展了自适应快照优化及目标压力分布修正的改进措施,并得出以下主要结论:

1) 采用基本 Gappy POD 方法的反设计框架

收敛速度快,反设计几何与目标几何较为一致。设计结果与目标几何的叶片表面压力系数分布方均根误差 E_{C_p} 为 0.006 49,存在进一步改进的空间。

2) 针对 Gappy POD 反设计框架依赖样本空间质量程度较高问题,发展了基于自适应快照替换优化流程的反设计框架。通过不断使用反设计结果替换初始样本空间中偏离程度最远的样本,

使得反设计精度明显提高。在增加额外 30 次求解器迭代,反设计结果的方均根误差 E_{C_p} 减小至 0.001 29。

3) 考虑到 Gappy POD 反设计获得压力系数分布与真实压力系数分布存在偏差,将该偏差定义为反设计框架系统偏差,修正目标压力系数分布,发展了新的改进型反设计框架,提高了单次反设计精度,单次反设计结果的方均根误差 E_{C_p} 减小至 0.002 52。同时结合自适应快照替换优化流程后进一步综合提高了反设计的收敛速度和精度。在调用 10 次求解器之后,该反设计结果的方均根误差 E_{C_p} 已经减小至 0.001 29,并最终收敛于 0.000 9。

参考文献:

- [1] 伊卫林. 风扇/压气机三维气动优化设计方法及其应用研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学, 2006.
YI Weilin. Study on aerodynamic optimization method and application for three dimensional design of fan/compressor [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2006. (in Chinese)
- [2] 王晓峰, 席光. 基于 Kriging 模型的翼型气动性能优化设计[J]. 航空学报, 2005, 26(5): 545-549.
WANG Xiaofeng, XI Guang. Aerodynamic optimization design for airfoil based on Kring model[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2005, 26(5): 545-549. (in Chinese)
- [3] 邱亚松. 基于数据降维技术的气动外形设计方法[D]. 西安: 西北工业大学, 2014.
QIU Yasong. Aerodynamic shape design methods based on data dimension reduction approaches[D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2014. (in Chinese)
- [4] AUBRY N, HOLMES P, LUMLEY J, et al. The dynamics of coherent structures in the wall region of a turbulent boundary layer[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1988, 192: 115-173.
- [5] 邱亚松, 白俊强, 华俊. 基于本征正交分解和代理模型的流场预测方法[J]. 航空学报, 2013, 34(6): 1249-1260.
QIU Yasong, BAI Junqiang, HUA Jun. Flow field estimation method based on proper orthogonal decomposition and surrogate model[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2013, 34(6): 1249-1260. (in Chinese)
- [6] 陈刚, 李跃明, 闫桂荣, 等. 基于 POD 降阶模型的气动弹性快速预测方法研究[J]. 宇航学报, 2009, 30(5): 1765-1769, 1796.
CHEN Gang, LI Yueming, YAN Guirong, et al. A fast aeroelastic response prediction method based on proper orthogonal decomposition reduced order model[J]. Journal of Astronautics, 2009, 30(5): 1765-1769, 1796. (in Chinese)
- [7] 赵松原, 黄明恪. 模拟退火算法和 POD 降阶模态计算在翼型反设计中的应用[J]. 空气动力学学报, 2007, 25(2): 236-240.
ZHAO Songyuan, HUANG Mingke. Application of simulated annealing method and reduced order models based on POD to airfoil inverse design problems[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2007, 25(2): 236-240. (in Chinese)
- [8] 刘浩, 徐敏, 叶茂. 基于特征正交分解的跨声速流场重构和翼型反设计方法研究[J]. 空气动力学学报, 2012, 30(4): 539-545.
LIU Hao, XU Min, YE Mao. Investigations of transonic flow field reconstruction and inverse airfoil design based on proper orthogonal decomposition ROM[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2012, 30(4): 539-545. (in Chinese)
- [9] 寇家庆, 张伟伟, 高传强. 基于 POD 和 DMD 方法的跨声速抖振模态分析[J]. 航空学报, 2016, 37(9): 2679-2689.
KOU Jiaqing, ZHANG Weiwei, GAO Chuanqiang. Modal analysis of transonic buffet based on POD and DMD method [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2016, 37(9) 2679-2689. (in Chinese)
- [10] THOMAS A, FORREST L, BRINA A, et al. A reduced-order model for turbomachinery flows using proper orthogonal decomposition[R]. ASME Paper GT2013-94914, 2013.
- [11] KATO H, FUNAZAKI K. POD-driven adaptive sampling for efficient surrogate modeling and its application to supersonic turbine optimization[R]. ASME Paper GT2014-27229, 2014.
- [12] LUO Jiaqi, ZHU Yalu, TANG Xiao, et al. Flow reconstructions and aerodynamic shape optimization of turbomachinery blades by POD-based hybrid models[J]. Technological Sciences, 2017, 60(11): 1658-1673.
- [13] LUO Jiaqi. Design optimization of the last stage of a 4.5-stage compressor using a POD-based hybrid model[J]. Aerospace Science and Technology, 2018, 76: 303-314.
- [14] EVERSON R, SIROVICH L. Karhunen-Loeve procedure for Gappy data[J]. Journal of the Optical Society of America A: Optics Image Science and Vision, 1995, 12(8): 1657-1664.
- [15] SIROVICH L. Turbulence and the dynamics of coherent structures: I coherent structures[J]. Quarterly of Applied Mathematics, 1987, 45(3): 561-571.
- [16] NATHAN E M, LAWRENCE S U. An application of Gappy POD for subsonic cavity flow PIV data[J]. Experiments in Fluids, 2007, 42(1): 79-91.
- [17] DANIELE V, GEORGE K. Gappy data and reconstruction procedures for flow past a cylinder[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2004, 519: 315-336.
- [18] GUO Rong, LI Rennian, ZHANG Renhui. Reconstruction and prediction of flow field fluctuation intensity and flow-induced noise in impeller domain of jet centrifugal pump using Gappy POD method[J]. Energies, 2019, 12(1): 1-17.
- [19] MIFSUD M, VENDL A, HANSEN L U, et al. Fusing wind-tunnel measurements and CFD data using constrained

- Gappy proper orthogonal decomposition[J]. Aerospace Science and Technology, 2019, 86:312-326.
- [20] JAMESON A. Aerodynamic design via control theory[J]. Journal of Scientific Computing, 1998, 3(3):233-260.
- [21] PAPADIMITRIOU D I, GIANNAKOGLU K C. A continuous adjoint method with objective function derivatives based on boundary integrals, for inviscid and viscous flows [J]. Computers and Fluids, 2007, 36(2):325-341.
- [22] BUI-THANH T, DAMODARAN M, WILLCOX K. Aerodynamic data reconstruction and inverse design using proper orthogonal decomposition[J]. AIAA Journal, 2004, 42 (8): 1505-1516.
- [23] WANG Yangang, LI Yue, CHEN Junxu. Analysis of the unsteady flow in compressor cascade with POD method[R]. ASME Paper GT2016-57638, 2016.

(编辑:陈 越)